

**ToetsII Vectoranalyse**  
**11 Maart 2005**

Zet op elk vel je naam en student nummer. Gebruik voor elke som aparte vellen. De nummers tussen de haakjes geven het aantal punten aan voor die opgave.

$$\text{Cijfer} = 1 + \#$$

I) (3) Bewijs met behulp van het Principe van Cavalieri de Fubini Stelling voor de intergraal

$$\int \int_{[a,b] \times [c,d]} f dA.$$

II) (3) Laat  $c : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$  een differentieerbare kromme zijn met de eigenschap dat de lengte van de kromme

$$c([0, s])$$

gelijk is aan  $3s$ . Bewijs

$$\left\| \frac{dc}{dt} \right\| = 3.$$

III) (3) Laat  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  gedefinieerd zijn door

$$f(x, y) = x^2 + 3y^2.$$

Laat verder het lichaam

$$W = \{(x, y, z) | x \geq 0, y \geq 0, 0 \leq z \leq f(x, y), x^2 + y^2 \leq 1\}$$

Bereken het volume van  $W$ .

Hint: merk op dat het volume van  $W$  het "volume onder de grafiek" is van een of andere functie.